

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΟΜΑΔΑ Β

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΕ ΑΝΟΙΚΤΑ ΒΙΒΛΙΑ

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2008

1^ο ΘΕΜΑ

(1,25 Μονάδες)

Δίνεται η ροϊκή συνάρτηση $\Psi = 4x^2 - 2y$

α) Σχεδιάστε τις γραμμές ροής $\Psi=0$, $\Psi=1$, $\Psi=2$ και $\Psi=-1$

β) Υπολογίστε τις συνιστώσες του πεδίου ταχυτήτων.

Γ) Κατά την γνώμη σας οι γραμμές ροής είναι ευθείες, κύκλοι, ελλείψεις, παραβολές, υπερβολές, σπειροειδείς καμπύλες, ή έχουν άλλο σχήμα;

2^ο ΘΕΜΑ

(1,50 Μονάδα)

2^α) Στην Ρευστομηχανική, ποιες δύο συνθήκες πρέπει να ισχύουν, σχετικές με τον στοιχειώδη όγκο V στον οποίο εξετάζουμε τους μέσους όρους των μεγεθών που μας ενδιαφέρουν, ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση του συνεχούς μέσου; Οι συνθήκες αυτές πληρούνται συχνά στην πράξη;

2β) Παίρνοντας υπόψη σας την αρχή της διατήρησης της μάζας και χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Reynolds, προκύπτει η παρακάτω έκφραση (η οποία δεν χρειάζεται να αποδειχθεί):

$$\iiint_{V(t)} \left\{ \frac{D\rho}{Dt} + \rho \operatorname{div} \vec{U} \right\} dV = 0 \quad (\text{XX})$$

όπου ρ η πυκνότητα, \vec{U} το πεδίο ταχυτήτων, t ο χρόνος και $V(t)$ ένας κατάλληλος στοιχειώδης όγκος. Για τους μαθηματικούς συμβολισμούς έχουν χρησιμοποιηθεί οι κλασικές συμβάσεις (π.χ. βλ. παράδοση και βιβλίο Ρευστομηχανικής).

Η εξίσωση (XX) αναφέρεται σε μία περιγραφή κατά Lagrange. **Υποδείξτε δύο σημεία τα οποία ενισχύουν τον ισχυρισμό αυτό.**

Μετατρέψτε την εξίσωση (XX) στην πιο απλή δυνατή μορφή και χρησιμοποιείστε στην συνέχεια μία περιγραφή κατά Euler.

3° ΘΕΜΑ

1,75 Μονάδες

Θέλουμε να μελετήσουμε πειραματικά μία κατασκευή (πρωτότυπο) στην οποία λαμβάνουν χώρα ροή κατασκευάζοντας ένα εργαστηριακό ομοίωμα σε κλίμακα 1:2 (το εργαστηριακό ομοίωμα είναι δύο φορές μικρότερο).

3.1) Όσο αφορά τη μελέτη φαινομένων και διεργασιών με την βοήθεια εργαστηριακών ομοιωμάτων τι σημαίνουν οι παρακάτω προτάσεις:

- Το φαινόμενο διέπεται από νόμο ομοιότητας *Froude*
- Το φαινόμενο διέπεται από νόμο ομοιότητας *Reynolds*
- Το φαινόμενο διέπεται από νόμο ομοιότητας *Weber*

Για ποιον ή για ποιους λόγους γίνονται οι αντίστοιχες επιλογές;

3.2) Ποιος είναι ο χρόνος λειτουργίας του εργαστηριακού ομοιώματος ο οποίος αντιστοιχεί σε μία ώρα λειτουργίας του πρωτοτύπου σε κάθε μία από τις δύο παρακάτω περιπτώσεις αντίστοιχα:

- Το φαινόμενο διέπεται από νόμο ομοιότητας *Froude*
- Το φαινόμενο διέπεται από νόμο ομοιότητας *Weber*

Και στις δυο περιπτώσεις (ροή στο πρωτότυπο και ροή στο εργαστηριακό ομοίωμα) το υγρό που χρησιμοποιείται είναι νερό και οι ιδιότητες του (πυκνότητα, ιξώδες, επιφανειακή τάση λόγω της επαφής με την στερεά φάση κλπ.) είναι ταυτόσημες.

3.3) -Περιγράψτε **σύντομα** πως είναι δυνατόν να εξασφαλίσετε τέτοιες συνθήκες λειτουργίας του εργαστηριακού ομοιώματος ώστε να ισχύουν ταυτόχρονα τόσο ο νόμος ομοιότητας *Froude* όσο ο νόμος ομοιότητας *Reynolds*.

ΘΕΜΑ 4°

4,00 Μονάδες

Δίνονται οι εξισώσεις Navier Stokes με την παρακάτω μορφή:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho f_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho f_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho f_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

u, v, w είναι η συνιστώσες της ταχύτητας κατά τις διευθύνσεις x, y, z αντίστοιχα, P είναι το πεδίο πίεσης, ρ είναι η πυκνότητα, μ είναι το δυναμικό ιξώδες, t είναι ο χρόνος. \vec{f} είναι το πεδίο των εξωτερικών δυνάμεων.

Απαντείστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

A) Η παραπάνω μορφή των εξισώσεων αντιστοιχεί σε μία περιγραφή κατά Lagrange ή σε μια περιγραφή κατά Euler;

B) Οι παραπάνω εξισώσεις ισχύουν για νευτώνεια ή μη νευτώνεια ρευστά;

Γ) Οι παραπάνω εξισώσεις αποτελούν ένα κλειστό σύστημα εξισώσεων; Αν όχι ποιες άλλες εξισώσεις θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας.

Δ) Γράψτε το παραπάνω σύστημα εξισώσεων για την περίπτωση έρπουσας μόνιμης ροής ($Re \ll 1$), για αμελητέες εξωτερικές δυνάμεις και δισδιάστατο φαινόμενο, στην πιο απλή δυνατή μορφή

Δ) Για ποιά περίπτωση οι παραπάνω εξισώσεις της Μηχανικής Ρευστών σχετίζονται με την θεωρία του Χάους;

E) Μία τυπική μεθοδολογία προσομοίωσης της ροής για την περίπτωση της τύρβης είναι η εισαγωγή «μέσων» μεγεθών:

E1-Ποια η σχέση τους με τα στιγμιαία μεγέθη;

E2-Οι εξισώσεις που περιγράφουν την τυρβώδη ροή είναι δυνατόν να είναι ανεξάρτητες του χρόνου:

-Για την περίπτωση χρήσης στιγμιαίων μεγεθών;

-Για την περίπτωση χρήσης μέσων μεγεθών;

Αιτιολογείστε τις απαντήσεις σας σύντομα και εμπειριστατωμένα. Όπου το κρίνετε απαραίτητο κάντε τα σχετικά σκαριφήματα. (Σκαρίφημα=πρόχειρο σχέδιο, σκιτσάκι)

ΘΕΜΑ 5^ο

-1,5έως 1,5 Μονάδες

Στο βιβλίο «Ρευστομηχανική» του Ν. Κωτσοβίνου και στην παράδοση είχαν εξεταστεί ένας αριθμός από βασικές ροές για τις οποίες είναι γνωστή η αναλυτική λύση. Μερικές ιδιότητες τους παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Συμπληρώστε στο κατάλληλο τετράγωνο Σ (για το Σωστό) ή Λ (για το Λάθος).
(Προσοχή: στην άσκηση αυτή υπάρχει αρνητική βαθμολογία)

	Η ροή είναι δυνατόν να είναι μόνιμη (και υπάρχει αναλυτική λύση (*))	Η ροή είναι μη μόνιμη (και υπάρχει αναλυτική λύση (*))	Η ροή μπορεί να λάβει χώρα ακόμα και όταν το πεδίο της πίεσης είναι σταθερό στον χώρο	Οι όροι αδράνειας είναι αμελητέοι (και υπάρχει αναλυτική λύση (*))
Ροή στο εσωτερικό κυκλικού κυλίνδρου				
Ροή προερχόμενη από σταθερή κίνηση πλάκας σε ημιάπειρο χώρο (πρώτο πρόβλημα Stokes)				
Ροή γύρω από επίπεδη επιφάνεια (σχηματισμός στρωτής οριακής στιβάδας)				

(*) η οποία έχει παρουσιαστεί στην παράδοση.

Η ΣΑΦΗΝΕΙΑ ΚΑΙ ΣΥΝΤΟΜΙΑ ΤΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ ΘΑ ΣΥΝΕΚΤΙΜΗΘΟΥΝ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΓΡΑΠΤΩΝ