



**ΘΑΛΗΣ - Πανεπιστήμιο Πειραιά**  
**Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της**  
**ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων**  
**με πολλαπλά κριτήρια**

**Δ12 – Εφαρμογές ανάλυσης ευστάθειας σε**  
**προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού**

**Π12 – Τεχνική έκθεση (εφαρμογές ανάλυσης**  
**ευστάθειας σε προβλήματα πολυστοχικού**  
**προγραμματισμού)**



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ**  
**ΠΕΙΡΑΙΩΣ**



**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΚΡΗΤΗΣ**



**ΕΘΝΙΚΟ**  
**ΜΕΤΣΟΒΙΟ**  
**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

## Στοιχεία παραδοτέου

**Δράση:** Δ12 – Εφαρμογές ανάλυσης ευστάθειας σε προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού

**Τίτλος παραδοτέου:** Π12 – Τεχνική έκθεση (εφαρμογές ανάλυσης ευστάθειας σε προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού)

**Τύπος παραδοτέου:** S - ΡU

**Έκδοση:** 02

**Ημερομηνία:** 7 Μαΐου 2014

**Υπεύθυνος σύνταξης:** Καθηγητής Ιωάννης Ψαρράς

**Ομάδα σύνταξης:** Αναπληρωτής Καθηγητής Δημήτριος Ασκούνης

Επίκουρος Καθηγητής Γεώργιος Μαυρωτάς

Δρ. Χάρης Δούκας

Δρ. Παναγιώτης Ξυδώνας

Ελευθέριος Σίσκος, MSc.

Professor Jose Figueira

## Περιεχόμενα

<b>1. Εισαγωγή .....</b>	<b>4</b>
<b>2. Ορισμός του προβλήματος.....</b>	<b>5</b>
2.1 Μοντελοποίηση του προβλήματος.....	5
2.2 Τυποποίηση μεταβλητών απόφασης και αντικειμενικών συναρτήσεων .....	7
2.3 Τυποποίηση των περιορισμών.....	8
<b>3. Επίλυση της εφαρμογής – Ανάλυση ευστάθειας αποτελεσμάτων .....</b>	<b>12</b>
<b>4. Συμπεράσματα .....</b>	<b>17</b>
<b>Βιβλιογραφία .....</b>	<b>19</b>
<b>Παράρτημα .....</b>	<b>20</b>

## 1. Εισαγωγή

Η Δράση Δ.12, συνοδευόμενη από το παρόν παραδοτέο Π12, αποτελεί κομβικό σημείο του έργου ΘΑΛΗΣ «Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για την ανάλυση της ευστάθειας σε προβλήματα απόφασης πολλαπλών κριτηρίων». Πρόκειται για την τελική μεμονωμένη ερευνητική προσπάθεια της Κύριας Ερευνητικής Ομάδας του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου και αφορά στην εφαρμογή της ανάλυσης ευστάθειας σε πραγματικά προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού (πολυκριτηριακός μαθηματικός προγραμματισμός). Η Δράση αυτή εκμεταλλεύεται τα μεθοδολογικά αποτελέσματα της Δράσης Δ.10, που αφορούν στην ανάπτυξη μέτρων αξιολόγησης της ευστάθειας σε προβλήματα γραμμικής και μη γραμμικής βελτιστοποίησης, καθώς και της Δράσης Δ.11 που εφάρμοσε αυτά τα μέτρα αξιολόγησης ευστάθειας σε πειραματικό επίπεδο και αξιολόγησε την αποτελεσματικότητά τους.

Στόχος του παρόντος παραδοτέου είναι η επαλήθευση της αποτελεσματικότητας και αξιοποίηση των θεωρητικών ευρημάτων και μεθοδολογιών ανάλυσης ευστάθειας σε ένα πραγματικό πρόβλημα μεγάλης κλίμακας. Η αξιολόγηση της αστάθειας και του αντίκτυπου της στις τελικές βέλτιστες λύσεις πραγματοποιείται υπό το πρίσμα δύο περιπτώσεων αβεβαιότητας του προβλήματος.

- Ευστάθεια του μετώπου Pareto με βάση τη στοχαστική προσέγγιση
- Ευστάθεια μιας μεμονωμένης Pareto βέλτιστης λύσης

Η αβεβαιότητα στο πρόβλημα πολυστοχικού προγραμματισμού, που εξετάζεται, εντοπίζεται στους συντελεστές εντός των αντικειμενικών συναρτήσεων. Αφορούν σε παραμέτρους του προβλήματος οι οποίες έγκεινται σε διαταραχές με τις τιμές τους να μη μπορούν να θεωρηθούν βέβαιες σε καμιά περίπτωση.

Το πραγματικό πρόβλημα που θα εξεταστεί αφορά στην επιλογή χαρτοφυλακίου έργων (Project Portfolio Selection). Υποστηρίζεται η απόφαση ενός χρηματοπιστωτικού οργανισμού ο οποίος καλείται να επιλέξει έναν αριθμό έργων προς χρηματοδότηση ανάλογα με την επίδοσή τους σε κάποια κριτήρια και την ικανοποίηση μια σειράς περιορισμών. Πρόκειται για πρόβλημα Πολυκριτηριακού Ακέραιου Προγραμματισμού με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις και 40 δυαδικές μεταβλητές απόφασης, με αβεβαιότητα ως προς τους συντελεστές των αντικειμενικών του συναρτήσεων.

Το παραδοτέο κείμενο δομείται σε 5 Κεφάλαια συμπεριλαμβανομένης της Εισαγωγής. Στο Κεφάλαιο 2, περιγράφεται το πραγματικό πρόβλημα που θα επιλυθεί και του οποίου θα μετρηθεί η ευστάθεια των λύσεων. Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται συνοπτικά η μεθοδολογία αξιολόγησης των μέτρων ευστάθειας, όπως αναπτύχθηκε στη Δράση Δ.10, μαζί με τα εργαλεία και τις μεθόδους που εφαρμόστηκαν, παράλληλα με την επίλυση του προβλήματος. Επιπλέον, μετριέται και αναλύεται η ευστάθεια των λύσεων που προκύπτουν, ως ένα επιπλέον εργαλείο υποστήριξης απόφασης. Το παραδοτέο κλείνει με το Κεφάλαιο 4 των συμπερασμάτων που ακολουθείται από τη Βιβλιογραφία και το Παράρτημα.

## 2. Ορισμός του προβλήματος

Το πρόβλημα κατανομής κεφαλαίων ενός προϋπολογισμού είναι ένα από τα πιο κοινά και παλαιότερα στην Επιχειρησιακή Έρευνα. Οι χρηματοπιστωτικοί οργανισμοί συχνά αντιμετωπίζουν το πρόβλημα της επιλογής σε ένα σύνολο έργων που θα χρηματοδοτηθούν. Αρκετές τεχνικές Επιχειρησιακής Έρευνας έχουν προταθεί για την επίλυση αυτού του είδους προβλημάτων, όπως π.χ. η Πολυκριτηριακή Ανάλυση και υποστήριξη Αποφάσεων (MCDA), ο Μαθηματικός Προγραμματισμός, κλπ. Αυτές οι τεχνικές έχουν αξιοποιηθεί ευρέως και σε άλλα σχετικά προβλήματα απόφασης, όπως η επιλογή χαρτοφυλακίου μετοχών, η επιλογή μεταξύ των εναλλακτικών σχεδίων ή επενδυτικές ευκαιρίες, η επιλογή σπουδαστών σε εκπαιδευτικά ιδρύματα, διάφορες στρατιωτικές εφαρμογές κ.α. (βλέπε λ.χ. Golabi et al. 1981, Μαυρωτάς & Ροζάκης 2009, Salo et al. 2011).

Μια χαρακτηριστική τεχνική που χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο είναι τα μοντέλα ακεραίου προγραμματισμού, όπου η δυαδική μεταβλητή απόφασης  $b_i$  μπορεί να αναφέρεται σε ένα από τα κάτωθι συμπληρωματικά ενδεχόμενα:

- $b_i = 1$  ➡ Το επενδυτικό πρόγραμμα  $i$  επιλέγεται για χρηματοδότηση
- $b_i = 0$  ➡ Το επενδυτικό πρόγραμμα  $i$  δεν επιλέγεται για χρηματοδότηση

Το πραγματικό πρόβλημα, που αποτελεί κορμό του Παραδοτέου, αφορά στην ανάδειξη του βέλτιστου μίγματος (χαρτοφυλακίου) από ένα σύνολο εταιρειών, τα επενδυτικά προγράμματα των οποίων πρόκειται να χρηματοδοτηθούν από έναν χρηματοπιστωτικό οργανισμό. Συγκεκριμένα, μελετώνται 40 Ευρωπαϊκές επιχειρήσεις, με τις προτάσεις έργων τους, τα αναλυτικά δεδομένα των οποίων παρουσιάζονται στο Παράρτημα. Οι αποφασίζοντες, δηλαδή μια ομάδα managers του χρηματοπιστωτικού οργανισμού, καλούνται να διαλέξουν τα πιο ελκυστικά επενδυτικά προγράμματα έχοντας ως βασικά κριτήρια, πέρα από την οικονομική αποδοτικότητα του κάθε προγράμματος και την περιβαλλοντική βιωσιμότητα των επιχειρήσεων. Σημαντικό ρόλο διαδραματίζουν οι περιορισμοί που παρουσιάζονται στο πρόβλημα, οι οποίοι μπορεί να είναι πολύπλοκοι, ανάλογα με τη συγκεκριμένη πολιτική στην οποία ανταποκρίνονται. Σαν αποτέλεσμα των δύο αντικειμενικών συναρτήσεων και της πληθώρας των περιορισμών, το πρόβλημα απαιτεί αναλυτική αντιμετώπιση μέσω της λύσης ενός προβλήματος βελτιστοποίησης.

### 2.1 Μοντελοποίηση του προβλήματος

Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζεται το ολοκληρωμένο μαθηματικό μοντέλο που θα χρησιμοποιηθεί για τη λύση του προβλήματος στο επόμενο κεφάλαιο.

Το πρόβλημα περιλαμβάνει σαράντα εταιρίες, τα ενεργειακά έργα των οποίων αξιολογούνται, χωρίζονται σε συγκεκριμένες κατηγορίες προτού αποφασιστεί αν χρηματοδοτηθούν από τον χρηματοπιστωτικό οργανισμό.

Η καινοτομία της παρούσας μελέτης έγκειται στην ενσωμάτωση της Ενεργειακής και Περιβαλλοντικής Εταιρικής Ευθύνης (ΕΚΕ - EECR) στη διαδικασία λήψης αποφάσεων, υποστηρίζοντας ιδιαίτερα την ανάπτυξη ενός νέου μοντέλου για την αξιολόγηση των επενδύσεων. Αυτό το μοντέλο μπορεί να βοηθήσει τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα (πράσινα δάνεια) και κυβερνητικούς φορείς χρηματοδότησης της ενεργειακών - φιλικών προς το περιβάλλον επενδύσεων. Η ΕΚΕ απόδοση μιας επιχείρησης θεωρείται ως κριτήριο αξιολόγησης του υποβληθέντος σχεδίου. Ως εκ τούτου, στη μελέτη μας οι οδηγοί της βελτιστοποίησης είναι δύο αντικειμενικές συναρτήσεις: (1) Η Καθαρή Παρούσα Αξία (ΚΠΑ - NPV), που αντιπροσωπεύει την οικονομική διάσταση και χαρακτηρίζει κάθε έργο και (2) ο δείκτης ΕΚΕ που αντιπροσωπεύει την εταιρική κοινωνική ευθύνη και χαρακτηρίζει κάθε επιχείρηση που υποβάλλει το σχέδιο. Με αυτόν τον τρόπο στοχεύουμε στην επιβράβευση των επιχειρήσεων με αυξημένη ΕΚΕ χωρίς να υποβαθμίζεται η οικονομική απόδοση των σχετικών έργων.

Στο παρόν πρόβλημα, καλούμαστε να αξιολογήσουμε και να επιλέξουμε μεταξύ 40 επενδυτικών προτάσεων.

Ως προς τη γεωγραφική περιοχή έχουμε:

- 11 νοτιοευρωπαϊκές επιχειρήσεις (Νότια Ευρώπη)
  - 10 βορειοευρωπαϊκές επιχειρήσεις (Βόρεια Ευρώπη)
  - 13 κεντροευρωπαϊκές επιχειρήσεις (Κεντρική Ευρώπη)
  - 6 ελληνικές επιχειρήσεις (Ελλάδα)
- } 4 γεωγραφικές περιοχές

Ως προς τον τομέα δραστηριοποίησης έχουμε:

- 11 Ενεργειακές επιχειρήσεις
  - 9 Βιομηχανικές επιχειρήσεις
  - 7 Επιχειρήσεις Ηλεκτρολογικού Εξοπλισμού
  - 13 Επιχειρήσεις Λιανικών Πωλήσεων/Άλλης Κατηγορίας
- } 4 τομείς

Η διαδικασία που υιοθετήθηκε για τον υπολογισμό της βαθμολογίας ΕΚΕ κάθε εταιρείας, βασίστηκε στο Διατεταγμένο Σταθμισμένο Μέσο (Ordered Weighted Average - OWA). Που προτάθηκε το Yager (1988). Αυτός ο αθροιστικός δείκτης είναι μια συνάρτηση  $F: I^n \rightarrow J$ , όπου  $I$  και  $J$  είναι πραγματικά διαστήματα. Το  $I$  συμβολίζει το σύνολο των αξιών που συναθροίζονται, ενώ το  $J$  το αντίστοιχο αποτέλεσμα της συνάθροισης. Το σύνολο των συναθροιζόμενων αξιών συμβολίζεται ως  $A_n(I, J)$ .

Ο χειριστής OWA είναι ένας χειριστής συνάθροισης του  $A_n(I, J)$  με ένα αντίστοιχο διάνυσμα βαρών  $w \in [0,1]^n$ , τέτοιο ώστε:

$$Fw(x) = \sum_{i=1}^n w_i \times b_i, \text{ όπου } \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Το  $b_i$  δηλώνει την επίδοση της εναλλακτικής  $i$  στα κριτήρια  $x_1, \dots, x_n$ .

Τα κριτήρια που θα επιλεγούν πρέπει να είναι λειτουργικά (operational), εξαντλητικά (exhaustive) καλύπτοντας τους άξονες προτίμησης, μονότονα (monotonic) και να μην αλληλοεπικαλύπτονται (non-redundant), όπως επεσήμανε ο Bouyssou (1990). Συνεπώς, η έρευνα επικεντρώνεται στην εύρεση ενός μικρού, αλλά σαφώς κατανοητού συνόλου κριτηρίων αξιολόγησης, τα οποία να μπορούν να αποτελέσουν μια ισχυρή βάση για τη σύγκριση των εξεταζόμενων επιχειρήσεων συνυπολογίζοντας την ενεργειακή και περιβαλλοντική πολιτική τους. Συνοπτικά, τα έξι κριτήρια αξιολόγησης παρουσιάζονται

στον Πίνακα 2.1. Τα δεδομένα από τις επιχειρήσεις αυτές συγκεντρώθηκαν κυρίως από την Global Reporting Initiative Disclosure Database (GRI, 2013).

**Πίνακας 2.1: Κριτήρια αξιολόγησης της ΕΚΕ των επιχειρήσεων**

<b>Κριτήρια</b>	<b>Περιγραφή</b>
C1: Δέσμευση Διοίκησης	Ο βαθμός στον οποίο η Διοίκηση μιας επιχείρησης δίνει προτεραιότητα σε δράσεις που σχετίζονται με την ενεργειακή και περιβαλλοντική πολιτική της, θέτει συγκεκριμένους στόχους και χρονοδιαγράμματα για την ολοκλήρωσή τους.
C2: Παρακολούθηση προόδου και σχετικών επιπτώσεων	Ο βαθμός στον οποίο μια εταιρεία υιοθετεί διαδικασίες και πρωτόκολλα για την παρακολούθηση του συνόλου των στόχων της, της προόδου που έχει σημειωθεί σε κάθε συναφή δραστηριότητα και τις αντίστοιχες επιπτώσεις στη λειτουργία της σχετικά με την ενεργοποίηση της στην αγορά.
C3: Συμμετοχή σε δραστηριότητες διάχυσης	Αντικατοπτρίζει τη συμμετοχή των επιχειρήσεων σε δραστηριότητες διάδοσης στην ευρύτερη κοινότητα, συμπεριλαμβανομένων μεταξύ άλλων, εκπαιδευτικές και ενημερωτικές δραστηριότητες σχετικά με τις περιβαλλοντικές πρακτικές, οργάνωση ημερίδων, συνεδρίων και άλλων εκδηλώσεων, καθώς και σχετικές χορηγίες.
C4: Προώθηση Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας	Ο βαθμός στον οποίο μια επιχείρηση αναλαμβάνει πρωτοβουλίες για την παροχή ενεργειακά αποδοτικών προϊόντων και υπηρεσιών, με στόχο να μειώσει την άμεση και έμμεση κατανάλωση ενέργειας και να προβεί τεχνολογικές βελτιώσεις.
C5: Προώθηση Ενεργειακής Αποδοτικότητας	The extent to which a firm incorporates initiatives to provide energy-efficient products and services, to reduce direct and indirect energy consumption and other energy conservation practices and technological improvements.
C6: Διαχείριση αποβλήτων και υδάτων	Το κριτήριο αυτό καταδεικνύει την προσπάθεια των επιχειρήσεων για μείωση της συνολικής χρήσης υδάτων και την υιοθέτηση δραστηριοτήτων διαχείρισης αποβλήτων.

## 2.2 Τυποποίηση μεταβλητών απόφασης και αντικειμενικών συναρτήσεων

Οι μεταβλητές απόφασης του προβλήματος μοντελοποιούνται με 0-1 μεταβλητές,  $X_i$ , υποδηλώνοντας την κάθε  $i$  εταιρεία.

Πιο συγκεκριμένα:

- Αν  $X_i = 1$ , τότε η αντίστοιχη εταιρεία - επένδυση γίνεται αποδεκτή
- Αν  $X_i = 0$ , τότε η αντίστοιχη εταιρεία - επένδυση απορρίπτεται

Αναφορικά με τις αντικειμενικές συναρτήσεις είναι 2 και έχουν την εξής μορφή:

$$\text{portfolio's NPV: } \max Z_1 = \sum_{i=1}^N npv_i X_i$$

$$\text{portfolio's EECR: } \max Z_2 = \sum_{i=1}^N eecr_i X_i$$

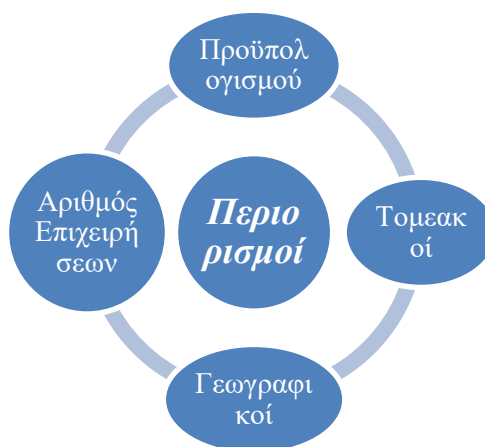
Οι συμβολισμοί της παραπάνω εξίσωσης είναι:

- $n$ : ο συνολικός αριθμός των επιχειρήσεων που αιτούνται για δάνειο
- EECR: η τιμή της περιβαλλοντικής ΕΚΕ κάθε επιχείρησης
- NPV: η τιμή της καθαρής παρούσας αξίας κάθε επένδυσης
- $b(i)$ : δυαδική μεταβλητή (0 ή 1) που καθορίζει ποια έργα περιλαμβάνονται στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο

Επισημαίνεται ότι ο δείκτης EECR κάθε επιχείρησης λαμβάνει τιμές (%), διότι αναφέρεται σε ποσοστιαίες μεταβολές από έτος σε έτος. Το μέγεθος του χρηματικού ποσού που το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα προτίθεται να διαθέσει για δάνεια (AVB) είναι 3,000,000 €.

### 2.3 Τυποποίηση των περιορισμών

Στο Σχήμα 5 παρουσιάζονται γραφικά τα τέσσερα διαφορετικά είδη περιορισμών που θα χρησιμοποιηθούν. Στη συνέχεια, κάθε είδος περιορισμού μοντελοποιείται κατάλληλα και παρουσιάζεται στις επιμέρους τέσσερις υποπαραγράφους. Το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα επιβάλλει τους περιορισμούς έτσι ώστε να υλοποιήσει διάφορες πολιτικές, όπως για παράδειγμα την εξασφάλιση ότι συγκεκριμένες περιοχές και τομείς θα λάβουν τουλάχιστον ένα ελάχιστο ποσό δανείου.



Σχήμα 2.1: Είδη Περιορισμών

Πιο συγκεκριμένα, οι παράμετροι των περιορισμών επιλέγονται ως εξής:

- $N\_high=0,5*TOTPROJ$ ,



όπου TOTPROJ είναι ο συνολικός αριθμός των επιχειρήσεων που θα δανειοδοτηθούν. Το N\_high αναφέρεται τόσο στους γεωγραφικούς όσο και στους τομεακούς περιορισμούς.

- Αντίθετα, επιλέγουμε να μην φράξουμε τους περιορισμούς όσον αφορά τα κάτω όρια, συνεπώς θα ισχύει  $N_{low}=0$  για όλες τις περιπτώσεις.
- Τέλος, επιλέγεται  $AVB(s)=AVB(g)=0,1 \cdot TOTBUDG$ , όπου TOTBUDG είναι το σύνολο των χρημάτων που τελικά θα διατεθούν από πλευράς του χρηματοπιστωτικού ιδρύματος. Όπως διαπιστώνεται από τα αποτελέσματα που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια, ο αριθμός αυτός είναι πολύ κοντά στην τιμή του AVB, δηλαδή στο μέγιστο ποσό που το ίδρυμα είχε σκοπό να διαθέσει.

### Περιορισμός Προϋπολογισμού

Ο σημαντικότερος παράγοντας που δεσμεύει τη διαδικασία χορήγησης δανείου είναι το περιορισμένο προς διάθεση κεφάλαιο από πλευράς του χρηματοπιστωτικού οργανισμού. Ο οργανισμός έχει αποφασίσει να διαθέσει ένα συγκεκριμένο κεφάλαιο για δάνεια και το άθροισμα των δανείων που αιτούνται οι επιχειρήσεις δεν μπορεί να ξεπερνάει το ποσό αυτό. Μαθηματικά αυτό διατυπώνεται ως εξής:

$$\sum_{i=1}^n Budget(i) \cdot b(i) \leq AVB$$

Όπου:

- Budget είναι το ύψος του δανείου που αιτείται κάθε επιχείρηση
- AVB (available budget) είναι το συνολικό κεφάλαιο που έχει αποφασίσει η τράπεζα να διαθέσει για δάνεια.

Επίσης, μπορούν να τεθούν επιπλέον περιορισμοί προϋπολογισμού για τους τομείς και τις γεωγραφικές περιοχές των επιχειρήσεων. Αυτού του είδους οι περιορισμοί θα έχουν τη μορφή:

$$\sum_{i=1(i \in s)}^n Budget(i) \cdot b(i) \geq AVB(s)$$

$$\sum_{i=1(i \in g)}^n Budget(i) \cdot b(i) \geq AVB(g)$$

Η πρώτη ανίσωση αφορά τους τομείς, εφόσον ο δείκτης s αναπαριστά τους τομείς στους οποίους χωρίζονται οι επιχειρήσεις. Η δεύτερη εξίσωση αντίστοιχα αναφέρεται στους γεωγραφικούς περιορισμούς προϋπολογισμού, κάτι που ορίζεται μέσω του δείκτη g. Με αυτό τον τρόπο, και σύμφωνα με τη φορά των δύο παραπάνω ανισώσεων, εξασφαλίζεται ότι κάθε γεωγραφική περιοχή και τομέας θα λάβουν τουλάχιστον ένα ελάχιστο ποσό δανείου.

### Περιορισμός Συνολικού Αριθμού Επιχειρήσεων

Ανάλογα με την πολιτική της εκάστοτε τράπεζας, τίθενται περιορισμοί ως προς τον συνολικό αριθμό των επιχειρήσεων που θα δανειοδοτηθούν. Η επιβολή του κάτω ορίου έχει ιδιαίτερη σημασία και στοχεύει να εξαλείψει φαινόμενα όπου το διατιθέμενο κεφάλαιο της τράπεζας καρπώνονται μόνο λίγες μεγάλες επιχειρήσεις, αποκλείοντας με αυτό τον τρόπο τις μικρότερες, που αναπόφευκτα είναι λιγότερο αποδοτικές. Παράλληλα, τίθενται και άνω όρια έτσι ώστε το κεφάλαιο να μην διασκορπιστεί σε πάρα πολλές επιχειρήσεις, κάτι που θα αποφέρει αρκετές διαδικαστικές δυσκολίες. Έχουμε λοιπόν την ανίσωση:

$$N_{low} \leq \sum_{i=1}^n b(i) \leq N_{high}$$

Όπου

- $N_{low}$  είναι ο ελάχιστος αριθμός επιχειρήσεων που επιθυμούμε να δανειοδοτηθούν
- $N_{high}$  είναι ο μέγιστος αριθμός επιχειρήσεων που επιθυμούμε να δανειοδοτηθούν

### Τομεακοί Περιορισμοί (sectorial constraints)

Οι επιχειρήσεις που θα μελετηθούν ανήκουν στους εξής κλάδους: Ενέργεια, Βιομηχανία, Ηλεκτρολογικός Εξοπλισμός, Λιανικές Πωλήσεις – Άλλο. Ανάλογα με την πολιτική που ακολουθούμε, ορίζονται περιορισμοί χρηματοδότησης ανά κλάδο. Αυτό μπορεί να εκφραστεί μαθηματικά ως εξής:

$$N_{low}(s) \leq \sum_{i=1}^n \mathbf{1}(i \in S) b(i) \leq N_{high}(s)$$

Όπου

- $N_{low}(s)$  είναι ο ελάχιστος αριθμός επιχειρήσεων για κάθε τομέα
- $N_{high}(s)$  είναι ο μέγιστος αριθμός επιχειρήσεων για κάθε τομέα
- $s$  είναι ο κάθε τομέας στον οποίο χωρίζονται οι επιχειρήσεις

Εφόσον έχουμε 4 τομείς δραστηριοποίησης, θα προκύψουν 4 ανισώσεις αυτού του είδους, καθεμία για κάθε τομέα δραστηριοποίησης.

### Γεωγραφικοί περιορισμοί (geographical constraints)

Οι 40 επιχειρήσεις που θα μελετήσουμε στη συνέχεια διαχωρίζονται επίσης ως προς την τοποθεσία τους. Οι επιχειρήσεις αυτές, που είναι Ελληνικές και Ευρωπαϊκές, χωρίζονται στις εξής περιοχές: Ελλάδα, South Europe, Central Europe, North Europe. Στο μοντέλο έχουν ενσωματωθεί γεωγραφικοί περιορισμοί στο πρόβλημα ως εξής:

$$N_{low}(g) \leq \sum_{i=1}^n \mathbf{1}(i \in g) b(i) \leq N_{high}(g)$$

Όπου:

- $N_{low}(g)$  είναι ο ελάχιστος αριθμός επιχειρήσεων για κάθε γεωγραφική περιοχή

- $N_{high}(g)$  είναι ο μέγιστος αριθμός επιχειρήσεων για κάθε γεωγραφική περιοχή
- $g$  είναι η κάθε γεωγραφική περιοχή στην οποία χωρίζονται οι επιχειρήσεις

### 3. Επίλυση της εφαρμογής – Ανάλυση ευστάθειας αποτελεσμάτων

Στο πλαίσιο της μεθόδου ITA (Iterative Trichotomic Approach, βλ. Mavrotas and Pechak, 2013), η αβεβαιότητα που χαρακτηρίζει την εκτίμηση της ΚΠΑ των έργων, καθώς και τον υπολογισμό της βαθμολογίας ΕΚΕ κάθε επιχείρησης, εκφράζεται με κανονικές πιθανοτικές κατανομές βασισμένες στις αρχικά αναμενόμενες. Συγκεκριμένα, παίρνουμε ως μέση τιμή για τις κανονικές κατανομές, τις εκτιμώμενες αξίες όπως παρουσιάζονται στον Πίνακα του παραρτήματος και ως τυπική απόκλιση το 5 % της μέσης τιμής. Αυτό γίνεται για την ΚΠΑ, καθώς και τις τιμές ΕΚΕ. Από γύρο σε γύρο μειώνουμε την τυπική απόκλιση των αντίστοιχων κανονικών κατανομών σε 4 % , 3 % , 2 % , 1 % και 0 % στον τελικό γύρο. Πραγματοποιούμε 1000 επαναλήψεις σε κάθε γύρο και ο χρόνος υπολογισμού κυμαίνεται μεταξύ 7,181 και 9,150 δευτερολέπτων από γύρο σε γύρο. Χρησιμοποιήσαμε υπολογιστή με επεξεργαστή core i- 5 χρονισμένο στα 2.5 GHz. Επιπλέον, θέτουμε ένα όριο αποδοχής στο 99 % για το πράσινο σύνολο (γεγονός που σημαίνει ότι ένα χαρτοφυλάκιο είναι παρόν στο 99% των μετώπων Pareto). Η όλη διαδικασία (κτίσιμο του μοντέλου, τυχαία δειγματοληψία, υπολογισμός μετώπου Pareto) υλοποιείται στην υπολογιστική πλατφόρμα GAMS.

Τα αποτελέσματα της πολυστοχικής ITA εμφανίζονται στον Πίνακα 3.1. Εμφανίστηκαν συνολικά 398 Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια που συμμετέχουν στα 1000 Pareto μέτωπα του αρχικού γύρου. Μεταξύ αυτών μόνο 4 ήταν παρόντα σε όλα τα σεντ Pareto. Στις επόμενες επαναλήψεις μειωνόταν η τυπική απόκλιση των κατανομών δειγματοληψίας, όπως φαίνεται στην πρώτη στήλη του Πίνακα 3.1. Τελικά, στον τελευταίο γύρο υπολογίστηκαν το τελικό Pareto σύνολο που αποτελείται από 31 Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια έργων. Αυτά τα χαρτοφυλάκια περιέχουν από 18 έως 28 έργα.

Πίνακας 3.1: Αποτελέσματα της πολυστοχικής ITA από γύρο σε γύρο (round to round)

Projects		Πράσινα	Κόκκινα	Γκρι
$\sigma = 5\%$	round1	4	0	394
$\sigma = 4\%$	round2	4	109	285
$\sigma = 3\%$	round3	5	215	178
$\sigma = 2\%$	round4	9	275	114
$\sigma = 1\%$	round5	16	324	54
$\sigma = 0\%$	round6	31	367	0

Η πρόσθετη πληροφορία που μας παρέχει η ITA είναι ότι γνωρίζουμε ποια από αυτά τα 31 χαρτοφυλάκια μπορεί να θεωρηθούν με μεγαλύτερη σιγουριά βέλτιστα. Ο βαθμός βεβαιότητας για το κάθε χαρτοφυλάκιο έχει άμεση σχέση με το αντίστοιχο γύρο κατά τον οποίο εισέρχεται στο πράσινο σύνολο. Στο Σχήμα 3.1 μπορούμε να δούμε αυτή την εικόνα με μεγαλύτερη σαφήνεια. Όσο πιο σκούρο πράσινο είναι το χρώμα του χαρτοφυλακίου

τόσο πιο σίγουροι είμαστε για την Pareto βελτιστότητα του. Από το Σχήμα 3.1 έχουμε με μια πρώτη ματιά τα χαρτοφυλάκια που είναι πιο ισχυρά δεδομένης της αβεβαιότητας των παραμέτρων του μοντέλου. Ο αποφασίζοντας μπορεί, με αυτό τον τρόπο, να εκμεταλλευτεί την πληροφορία αυτή στην τελική του απόφαση.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	

Σχήμα 3.1. Χρωματισμός των 31 πορτοφολιο.

Πρόκληση αποτελεί η ενσωμάτωση της πληροφορίας σχετικά με την ευστάθεια των αποτελεσμάτων στο μέτωπο Pareto. Όπως είναι γνωστό, το μέτωπο Pareto σε ένα πρόβλημα πολυστοχικού προγραμματισμού είναι ένα γράφημα όλων των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων στον χώρο των κριτηρίων. Όταν έχουμε 2 ή 3 αντικειμενικές συναρτήσεις, το μέτωπο Pareto μπορεί να απεικονιστεί εύκολα. Η ευστάθεια του κάθε βέλτιστου κατά Pareto χαρτοφυλακίου μπορεί να εκφραστεί με ένα γράφημα φυσαλίδας, όπου το μέγεθος της φυσαλίδας εκφράζει το βαθμό ευστάθειας του χαρτοφυλακίου. Η ευστάθεια του ποσοτικοποιείται από 0-1, σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση:

$$RD_i = \frac{R - r_i}{R}$$

Όπου  $r_i$  είναι ο γύρος στον οποίο το  $i$  πορτοφόλιο εισέρχεται στο πράσινο set.

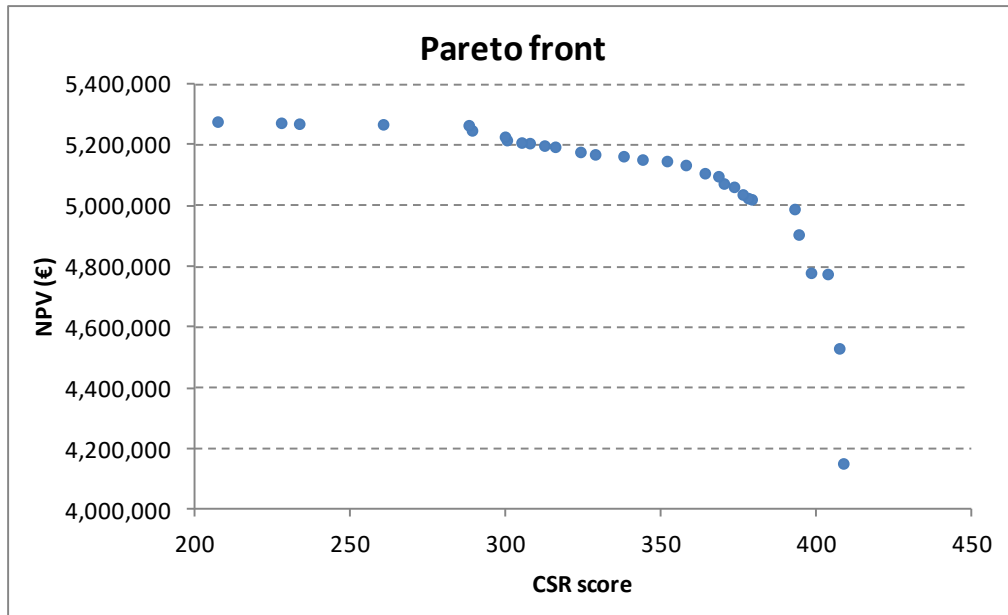
Το διάγραμμα του Σχήματος 3.2 αποτελεί τη συμβατική απεικόνιση του μετώπου Pareto με 31 βέλτιστες λύσεις (διαφορετικά χαρτοφυλάκια). Το κάτω διάγραμμα (Σχήμα 3.3) ενσωματώνει επιπλέον την πληροφορία ευστάθειας. Αυτό το είδος πληροφορίας θεωρείται εξίσου απαραίτητο για τον αποφασίζοντα, καθώς μπορεί να εντοπίσει τις περιοχές του μετώπου Pareto με υψηλότερη ή χαμηλότερη ευστάθεια.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, φαίνεται ότι οι Pareto βέλτιστες λύσεις υψηλής ευστάθειας εντοπίζονται στην περιοχή υψηλής ΕΚΕ (οριζόντιος άξονας). Από αυτό το διάγραμμα ο αποφασίζοντας έχει τη δυνατότητα εξαγωγής συμπερασμάτων σχετικά:

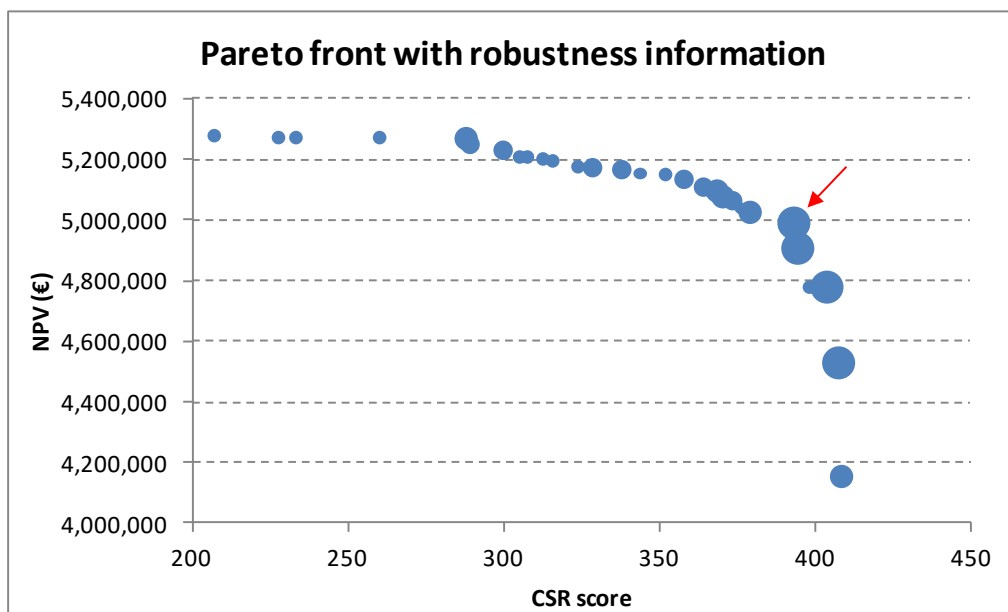
(α) με τις αξίες μεταξύ των κριτηρίων για την κάθε λύση (και συνεπώς να εκτιμήσει τις παραχωρήσεις του), καθώς και

(β) με την ευστάθεια των λύσεων

Οι λύσεις με τη μεγαλύτερη ευστάθεια εντοπίζονται στην καμπύλη του μετώπου Pareto, όπου οι παρατηρούνται απότομες αλλαγές στις τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων των λύσεων, πράγμα που σημαίνει ότι με μια μικρή παραχώρηση σε μία αντικειμενική συνάρτηση μπορούμε να επιτύχουμε μεγάλη βελτίωση στην άλλη. Πιο συγκεκριμένα, μια πολλά υποσχόμενη λύση (portfolio) στην περίπτωσή μας, είναι αυτή που προσδιορίζεται από το βέλος του σχήματος. Έτσι, ένας μικρός συμβιβασμός από τη μέγιστη τιμή ΕΚΕ, οδηγεί σε μια μεγάλη βελτίωση στην ΚΠΑ. Εξάλλου, όπως είναι εμφανές από το μέγεθος της φυσαλίδας, η συγκεκριμένη λύση είναι μεταξύ των πιο ευσταθών.



Σχήμα 3.2: Μέτωπο Pareto κατά την λύση του προβλήματος



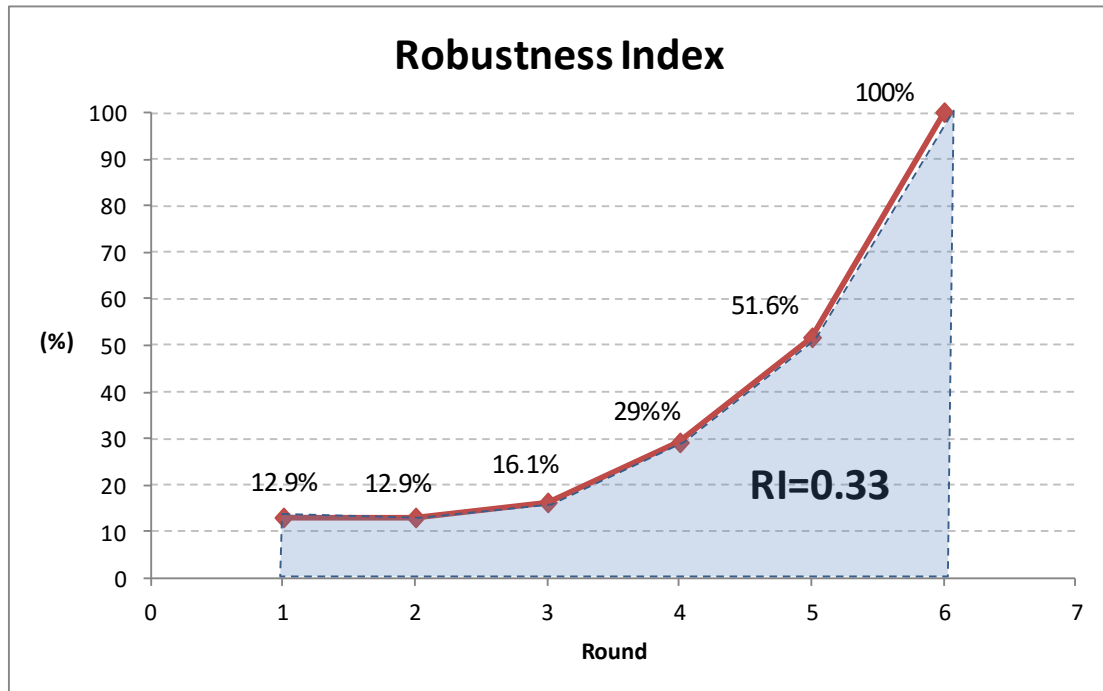
Σχήμα 3.3: Μέτωπο Pareto με ενσωματωμένη πληροφορία ευστάθειας λύσεων

Η συνολική ευστάθεια του τελικού μετώπου Pareto μπορεί να μετρηθεί με τη χρήση του Δείκτη ευστάθειας (Robustness Index – RI) όπως προσδιορίστηκε στο Παραδοτέο Π.11. Το διάγραμμα Ευστάθειας και Δείκτης ευστάθειας στη συγκεκριμένη περίπτωση απεικονίζεται στο Σχήμα 3.4. Εφαρμόζοντας το παρακάτω σετ εξισώσεων, υπολογίζουμε το Δείκτη Ευστάθειας ως την περιοχή κάτω από την καμπύλη ευστάθειας, και είναι  $RI = 0.33$ .

$$RI = \left( \frac{a_0 + a_1}{2} + \frac{a_1 + a_2}{2} + \dots + \frac{a_{R-1} + a_R}{2} \right) / R$$

$$RI = \left[ \frac{a_0}{2} + \sum_{r=1}^{R-1} a_r + \frac{a_R}{2} \right] / R$$

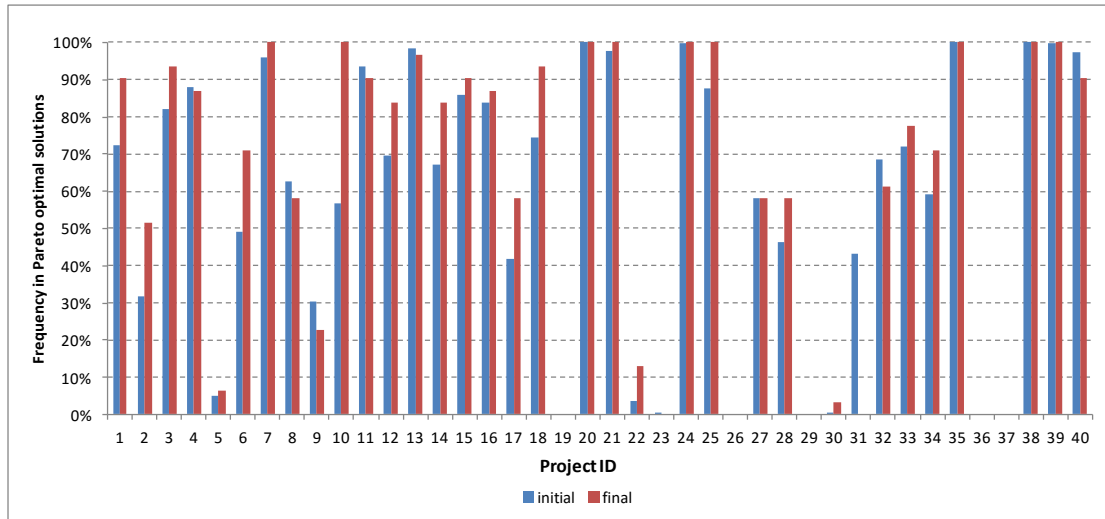
$$RI = \left[ \frac{a_0}{2} + \sum_{r=1}^{R-1} a_r + \frac{1}{2} \right] / R$$



Σχήμα 3.4: Οπτικοποίηση του Δείκτη Ευστάθειας (RI)

Όσον αφορά όλα τα 40 έργα, μπορούμε να μετρήσουμε την παρουσία τους στα παραγόμενα μέτωπα Pareto μετρώντας πόσες φορές εμφανίζεται κάθε ένα από αυτά στα 398 αρχικά χαρτοφυλάκια Pareto και πόσες φορές στα τελικά 31 χαρτοφυλάκια, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.5.

Από το Σχήμα 3.5 μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι υπάρχουν έργα που περιλαμβάνονται σε περισσότερα από το 90% των χαρτοφυλακίων Pareto (ακόμα και όταν θεωρείται μέγιστη αβεβαιότητα, δηλαδή στον αρχικό γύρο), όπως τα έργα 7, 11, 13, 20, 21, 24, 35, 38, 39 και 40 και άλλα έργα που δεν εμφανίζονται ποτέ στα χαρτοφυλάκια Pareto (δηλαδή τα 19, 23, 26, 29, 36 και 37).



Σχήμα 3.5: Συχνότητα εμφάνισης των έργων στα αρχικά και τελικά Pareto πορτφόλιο.



## 4. Συμπεράσματα

Η επιλογή χαρτοφυλακίου έργων είναι ένα απαιτητικό πρόβλημα που συνήθως περιλαμβάνει πολλαπλούς στόχους με πολλαπλούς περιορισμούς (προϋπολογισμού, πολιτικής, κατανομής επενδύσεων, κ.λ.π.), οι οποίοι θα πρέπει να ικανοποιούνται. Ο συνδυαστικός χαρακτήρας του προβλήματος συνεπάγεται τη χρήση διακριτών μεθόδων βελτιστοποίησης. Στην προκειμένη περίπτωση, δύο αντικειμενικές συναρτήσεις που αντιπροσωπεύουν οικονομικές (ΚΠΑ) και ενεργειακές – περιβαλλοντικές (ΕΚΕ) διαστάσεις των υποβληθέντων σχεδίων. Ένα μοντέλο Πολυκριτηριακού Ακέραιου Προγραμματισμού αναπτύσσεται με τις προαναφερθέντες δύο αντικειμενικές συναρτήσεις και συνακόλουθα παράγεται το ακριβές σύνολο των αποτελεσματικών (Pareto) χαρτοφυλακίων έργων. Επιπλέον, θεωρούμε ότι υφίσταται αβεβαιότητα στους συντελεστές των αντικειμενικών συναρτήσεων λειτουργίας (ΚΠΑ και ΕΚΕ των έργων των επιχειρήσεων). Για το λόγο αυτό, προτείνουμε μια πολυστοχική έκδοση της ΙΤΑ, έτσι ώστε να μπορεί να μεταφέρει χρήσιμες πληροφορίες για τη λήψη της απόφασης σχετικά με την ευστάθεια του τελικού Pareto μετώπου.

Ο συνδυασμός της προσομοίωσης Monte Carlo και πολυστοχικού προγραμματισμού μέσω της συστηματικής μεθόδου ΙΤΑ, μας παρέχει καρποφόρα συμπεράσματα σχετικά με την ευστάθεια των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων που υπολογίζουμε. Η επαναληπτική προσέγγιση συγκλίνει σταδιακά προς το τελικό σύνολο Pareto. Η επιπλέον χρήσιμη πληροφορία που προκύπτει από τη διαδικασία αυτή δεν είναι μόνο η παραγωγή των βέλτιστων χαρτοφυλακίων έργων, αλλά και η ευστάθεια τους σε σχέση με διαταραχές στις παραμέτρους των αντικειμενικών συντελεστών (βαθμός ευστάθειας). Τα συγκεκριμένα μέτρα, έχουν αναπτυχθεί προκειμένου να αξιολογηθεί η ευστάθεια του Pareto μετώπου ως σύνολο, αλλά και για κάθε αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο ξεχωριστά. Μπορούμε επίσης να λάβουμε πληροφορίες σχετικά με τα συγκεκριμένα έργα και τη συχνότητα εμφάνισης τους στα Pareto βέλτιστα χαρτοφυλάκια. Ο συνεργιστικός συνδυασμός των δύο μεθοδολογικών εργαλείων (Monte Carlo προσομοίωση και πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση) μπορεί να χειριστεί αποτελεσματικά το ειδικό πρόβλημα της χορήγησης πίστωσης, όπου εκτός από την εξέταση των πολλαπλών κριτηρίων, οι εναλλακτικές λύσεις πρέπει να υπακούουν σε συγκεκριμένους πολιτικούς, και όχι μόνο, περιορισμούς.

Με την προτεινόμενη μεθοδολογία, οι τράπεζες και τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα δεν λαμβάνουν υπόψη μόνο τις οικονομικές επιδόσεις των έργων, προκειμένου να χρηματοδοτήσουν ένα έργο, αλλά και συμπληρωματικών κριτηρίων, όπως η εταιρική κοινωνική ευθύνη. Η ιδέα αυτού του μοντέλου μπορεί να υποστηρίξει τη γόνιμη διαδικασία λήψης αποφάσεων για την αειφόρο μετάβαση προς την πράσινη ανάπτυξη, συμπρωθώντας την πράσινη εταιρική ευθύνη. Αυτή η προσέγγιση είναι εξάλλου σύμφωνη με τους στόχους της Ευρωπαϊκής Επιτροπής για την προώθηση των επιχειρήσεων να αναφέρουν τα σχετικά δεδομένα κατά τρόπο διαφανή και σαφή. Το προτεινόμενο μοντέλο υποστήριξης αποφάσεων μπορεί επίσης να ενισχύσει την κατάλληλη απορρόφηση των Διαρθρωτικών Ταμείων και του Ταμείου Συνοχής, εξασφαλίζοντας την ενεργειακή και περιβαλλοντική ευθύνη των σχετικών επιχειρήσεων.

Από την παρούσα έρευνα προκύπτουν διάφορα ζητήματα που μπορεί να θεωρηθούν για μελλοντική έρευνα. Η αβεβαιότητα του μοντέλου μπορεί να επεκταθεί και σε άλλες παραμέτρους, πέραν των συντελεστών των αντικειμενικών συναρτήσεων (δηλαδή στις παραμέτρους που σχετίζονται με τους περιορισμούς). Επιπλέον, ο συνδυασμός της προσομοίωσης Monte Carlo και της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης είναι μια πολλά υποσχόμενη προσέγγιση, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση της ευστάθειας σε μεγάλο αριθμό άλλων προβλημάτων πολυκριτηριακού προγραμματισμού εκτός του πλαισίου ΙΤΑ.

## Βιβλιογραφία

- Bouyssou, D. (1990). Building criteria: A prerequisite for MCDA, in Bana e Costa, C. A. (ed.), *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*, Berlin, Germany: Springer-Verlag, 58-80.
- GAMS Development Corporation (2010). General Algebraic Modeling System (GAMS) Release 23.5.2, Washington, DC, USA ([www.gams.com](http://www.gams.com)).
- Global Reporting Initiative (GRI) Disclosure Database <http://database.globalreporting.org/> (last access 05/05/2014).
- Golabi, K., C.W. Kirkwood, and A. Sichertman (1981). Selecting a portfolio of solar energy projects using multiattribute preference theory, *Management Science*, 27, 174-189.
- Mavrotas, G. and O. Pechak (2013). The trichotomic approach for dealing with uncertainty in project portfolio selection: Combining MCDA, mathematical programming and Monte Carlo simulation, *International Journal of Multicriteria Decision Making*, 3 (1), 79-97.
- Mavrotas, G. and S. Rozakis (2009). Extensions of the PROMETHEE method to deal with segmentation constraints, *Journal of Decision Systems*, 18, 203-229.
- Salo, A., J. Keisler, and A. Morton (2011). *Portfolio Decision Analysis - Improved Methods for Resource Allocation*, International Series in Operations Research & Management Science, New York.
- Yager, R.R. (1988). On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 18, 183-190.
- ΘΑΛΗΣ, Π.10 - Τεχνική έκθεση - Ανάπτυξη μέτρων αξιολόγησης ευστάθειας σε προβλήματα πολυκριτήριας βελτιστοποίησης, 2013.
- ΘΑΛΗΣ, Π.11 - Τεχνική έκθεση - Πειραματική αξιολόγηση μέτρων ευστάθειας σε προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού, 2013.

## Παράρτημα

Πίνακας Π.1: Δεδομένα έργων υπό αξιολόγηση

A/A	EKE	ΚΠΑ (€)	Προϋπολογισμός (€)	Τομέας	Περιοχή
1	12.97	2,500	5,930	S1	R3
2	14.66	49,800	50,830	S1	R3
3	9.76	8,300	5,000	S1	R2
4	6.23	63,600	33,860	S1	R3
5	6.99	244,600	191,870	S2	R1
6	14.64	36,700	37,500	S2	R1
7	7.10	14,100	6,070	S2	R1
8	11.92	22,500	23,030	S2	R4
9	11.81	261,300	190,000	S2	R1
10	21.59	455,000	422,670	S3	R2
11	13.64	696,800	415,000	S3	R1
12	13.59	53,900	39,330	S3	R1
13	3.86	238,900	95,330	S1	R4
14	9.62	3,400	5,630	S4	R1
15	40.00	600	7,370	S4	R1
16	2.95	74,600	37,670	S4	R2
17	25.87	4,900	30,100	S1	R4
18	5.25	12,500	5,700	S4	R2
19	11.39	389,900	909,310	S4	R3
20	11.67	378,100	160,300	S4	R4
21	15.39	53,100	26,190	S4	R2
22	17.13	51,400	161,010	S4	R3
23	5.76	460,100	353,420	S3	R1
24	8.93	422,800	184,410	S1	R3
25	16.12	146,900	87,910	S4	R2
26	12.38	477,100	614,620	S1	R2
27	7.19	431,600	277,040	S1	R3
28	21.95	208,500	158,790	S3	R3
29	4.70	324,400	1,410,180	S2	R1
30	18.07	324,100	533,640	S3	R1
31	7.75	603,200	529,130	S4	R2
32	4.54	648,800	396,670	S2	R4
33	19.18	179,600	123,640	S1	R3
34	15.85	220,000	149,770	S1	R1
35	22.01	204,300	93,050	S4	R2
36	4.04	352,100	311,780	S4	R3
37	19.39	223,000	772,970	S3	R2
38	17.81	228,800	117,580	S2	R3
39	12.86	428,500	190,870	S4	R4
40	5.85	516,100	262,030	S2	R1